

単色光干渉法による透明膜に覆われた物体の 膜厚と表面形状の同時測定

Simultaneous Measurement of Film Thickness and Surface Profile
of Film-covered Objects by Monochromatic Light Interferometry

小川 英光¹, 中野渡 祥裕², 北川 克一¹, 杉山 将³, 内藤 卓人⁴

¹ 東レエンジニアリング (株) エレクトロニクス事業本部

² パナソニック (株) システムソリューションズ社

³ 東京工業大学 大学院情報理工学研究科 計算工学専攻

⁴ 東京工業大学 大学院総合理工学研究科 知能システム科学専攻

sugi@cs.titech.ac.jp

<http://sugiyama-www.cs.titech.ac.jp/~sugi>

Abstract

In semiconductor and LCD manufacturing processes, film thickness and surface profiles of film-covered objects need to be measured simultaneously. We extend phase-shifting interferometry and propose an algorithm named the SOR (Separation of Object and Reference beams) method that enables such simultaneous measurement. The SOR method can be applied not only to thick films but also to thin films, which is an advantage over existing methods. We apply the SOR method to silicon substrates covered with

Keywords

interferometry, phase-shifting interferometry, film-covered object, film thickness, surface profile

1 はじめに

半導体や液晶パネルなどのように、表面を透明膜で覆われた物体の膜厚、及び、膜の表面形状と裏面形状を、光干渉法を利用して同時に測定する様々な方法が提案されている [1] ~ [12]。これらの多くは、膜厚が $1\mu\text{m}$ 以上の厚膜を対象とする白色光干渉法を用いた方法 (VSI 法) である [1] ~ [7]。

一方、薄膜に対しても、同じ VSI 法を用いる方法など、いくつかの方法が提案されてきている [8] ~ [12]。また、表面張力の研究のために、2 枚の石英板の間の膜厚を分光法を用いて測定する方法も提案されている [13]。ただ、この方法は、非透過性の物体表面の膜厚測定に適用できない、膜厚と表面高さの同時計測ができない、点計測であり、面計測には物体の 2 次元走査が必要であるなど、多くの問題を含んでいる。

ところで、透明膜に覆われていない物体の表面形状測定には、白色光を用いる VSI 法のほかに、単色光を用いる位相シフト法 (PSI 法) がある [17]。この方法は、VSI 法と比べて精度及び速度の点で遙かに優れた方法である。例えば文献 [14] では、膜無し部と膜有り部の両方からの反射光が利用できる場合を前提に、膜厚を測定する方法を与えている。しかし、当然のことながら、膜無し部と膜有り部の両方からの反射光が利用できない場合には、この方法を用いることはできない。

本論文では、位相シフト法の考え方に基づいて、膜無し部の有無に関係なく、薄膜から厚膜まで対応できる方法を提案する。その概要については既に文献 [15][16] で報告したが、本論文はその集大成ともいえるべきものである。まず、単色光干渉顕微鏡で得られるインターフェログラムの表現式を求め、表現式そのものは透明膜の有無が係数の中身に反映されるだけであって、透明膜がない場合と全く同じ形式であることを示す。したがって、膜なしの場合と同じ位相シフト法を活用することによって、インターフェログラムの観測値から、係数を決定することができる。本論文の核心は、この係数から膜厚および膜の表面高さを厳密に求める理論式を導くところにある。この方法の要は、インターフェログラムの係数を使って、物体光強度と参照光強度を分離抽出するところにあるので、SOR 法 (Separation of Object and Reference beams) と名付ける。そして、PSI 法と SOR 法を組み合わせて実試料を測定し、その有効性を確認する。

2 インターフェログラムの表現

透明膜に覆われた物体に対するインターフェログラムの理論モデルを導く。光源の波長を λ で表し、角波数を k で表す。すなわち、 $k = 2\pi/\lambda$ である。

測定する物体は、基板が透明膜で覆われているものであるが、上から順に、透明膜を第 1 層、基板を第 2 層と呼ぶことにする。また、空気層を第 0 層と呼ぶことにする。

透明膜及び基板の屈折率を、それぞれ n_1, n_2 で表す。本論文では、空気の屈折率 1 に対して、 $1 < n_1, 1 < n_2, n_1 \neq n_2$ となる場合を考える。例えば、波長 630nm 付近の光に対して、 SiO_2 膜で Si 基板を覆っている場合、 $n_1 = 1.46, n_2 = 3.88$ であるから、 $1 < n_1 < n_2$

となっている．また，液晶パネルの絶縁膜のように，SiN の膜でガラス基板を覆っている場合， $n_1 = 2.0$ ， $n_2 = 1.5$ であるから， $1 < n_2 < n_1$ となっている．

Fig.1(c) の各種振幅透過係数，振幅反射係数は，フレネルの公式 [17] より，

$$\begin{cases} \tau_{01} = \frac{2}{1+n_1}, & \rho_{01} = \frac{1-n_1}{1+n_1}, & \rho_{12} = \frac{n_1-n_2}{n_1+n_2} \\ \tau_{10} = n_1\tau_{01}, & \rho_{10} = -\rho_{01} \end{cases} \quad (1)$$

となる． τ_{01} と ρ_{01} の間に次の関係が成立する．

$$n_1\tau_{01}^2 + \rho_{01}^2 = 1 \quad (2)$$

この式はエネルギー保存の公式と呼ばれる．

透明膜内部の振幅反射係数に関連して，次の記号を導入する．

$$\rho_1 = \rho_{10}\rho_{12} = -\rho_{01}\rho_{12} \quad (3)$$

図 1(c) から分かるように， ρ_1 は光が第 1 層の透明膜の中で繰り返し反射する場合の 1 回分の反射に相当する減衰係数である．

図 1(a) に示すように，物体表面の点 P における透明膜の膜厚を D で表す．2 種類のビームスプリッタと光線の交点を，それぞれ O_1 ， O_2 で表し， O_2 から参照鏡までの距離を L で表す． O_2 から L だけ下にある仮想的な面を E で表す．任意に固定した基準面 $z = 0$ から E までの高さを z で表し，基準面 $z = 0$ から物体表面上の点 P までの高さを $(z - z_p)$ で表す．また，物体表面上から E までの距離を d で表す．すなわち， $d = z - (z - z_p)$ である．

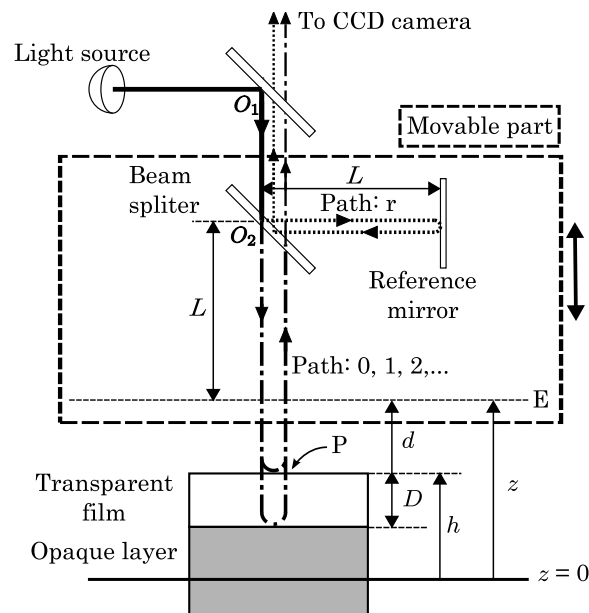
CCD カメラの 1 つの画素に入射してくる光の経路を Fig.1(a) に点線と一点鎖線で示す．点線は，参照鏡から反射してくる光の経路であり，経路 r と呼ぶ．一点鎖線は，物体表面に達し，透明膜の中で j 重反射してくる光の経路であり，経路 j ($j = 0, 1, 2, \dots$) と呼ぶ．

Fig.1(b) に示すように，ビームスプリッタ O_2 の振幅透過係数と振幅反射係数をそれぞれ τ_{BS} ， ρ_{BS} で表し，参照鏡の振幅反射係数を ρ_{ref} で表す．これらのパラメータを装置係数と呼ぶ． τ_{BS} は正の値であるが， ρ_{BS} ， ρ_{ref} は負の値をとる．これは，反射時に光の位相が π だけずれることに対応している．これら 3 種類の装置係数をまとめて，

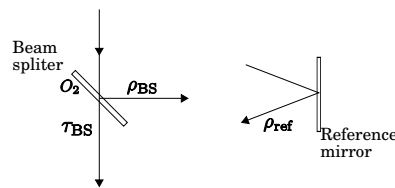
$$\eta_e = \frac{\rho_{BS}^2 \rho_{ref}}{\tau_{BS}^2} \quad (4)$$

と表し，この η_e も装置係数と呼ぶことにする．後の議論で分かるように，膜厚 D 及び膜の表面高さ h を測定するためには，個々の装置係数ではなく，式 (4) の η_e が重要な働きをするのである．

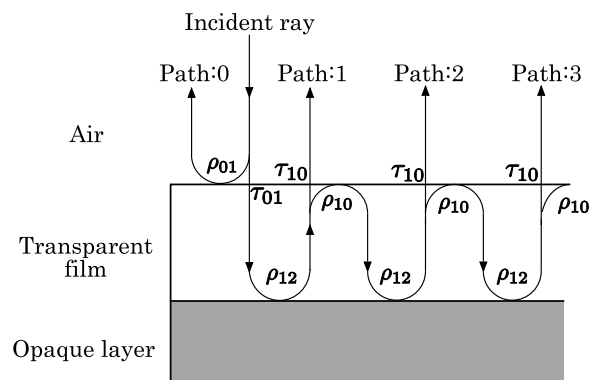
Fig.1(a) の鎖線で囲んだ E 面と参照鏡からなる可動部を動かすことにより， z が変化し，CCD カメラに到達する光の強度が変化する．CCD カメラの各素子に対するこの変化がインターフェログラムであり， $g(z)$ で表す．以下， $g(z)$ の具体的な表現を与える．



(a) Basic set up of an optical system



(b) System parameters



(c) Sample parameters

図 1: Notations used in this paper

空気中の光速を c で表す．光源から出てくる光の振動を，

$$y_s(t) = a \cos(ckt)$$

で表す．振幅 a は，厳密には，Fig.1(a) のビームスプリッタ O_1 による減衰効果も含めたものである．

各経路を光が通過するために要する時間を T_{ref}, T_j ($j = 0, 1, 2, \dots$) で表す．経路 r, j を経由して CCD カメラに到達する光は，それぞれ，

$$\begin{cases} y_{\text{ref}}(t) = a_{\text{ref}} \cos(ck(t - T_{\text{ref}})) & (5) \\ y_j(t) = a_j \cos(ck(t - T_j)) & (j = 0, 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (6)$$

となる．ここで，

$$\begin{cases} a_{\text{ref}} = \rho_{\text{BS}}^2 \rho_{\text{ref}} a \\ a_0 = \tau_{\text{BS}}^2 \rho_{01} a \\ a_1 = \tau_{\text{BS}}^2 (\tau_{01} \tau_{10} \rho_{12}) a = \tau_{\text{BS}}^2 (n_1 \tau_{01}^2 \rho_{12}) a \\ a_j = \rho_1^{j-1} a_1 \quad (j = 2, 3, \dots) \end{cases} \quad (7)$$

である．

式 (5) は参照鏡から反射してくる光であるから，参照光と呼ぶ．一方，式 (6) の $j = 0, 1, 2, \dots$ に関する総和は，物体から反射してくる光であるから，物体光と呼び， $y_{\text{obj}}(t)$ で表す．また，両者の強度を，それぞれ $g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}$ で表す．

補題 1 (物体光の表現) 物体光は次のように表される．

$$y_{\text{obj}}(t) = \mu_c \cos(ckt) + \mu_s \sin(ckt) \quad (8)$$

ここで，

$$\zeta = \frac{1}{1 + \rho_1^2 - 2\rho_1 \cos(2kn_1D)} \quad (9)$$

とおくとき，

$$\begin{cases} \mu_c = (a_0 - \zeta \rho_1 a_1) \cos(ckT_0) + \zeta a_1 \cos(ckT_1) \\ \mu_s = (a_0 - \zeta \rho_1 a_1) \sin(ckT_0) + \zeta a_1 \sin(ckT_1) \end{cases} \quad (10)$$

である．

補題 1 をみると，物体からの反射光の振幅 a_0, a_1 だけが現れ， a_2 以降の振幅が現れていない．これは，一見すると，無限回反射まで考慮したと矛盾しているように見える．しかし， j 回反射する光の振幅は， j が 2 以上のとき， $a_j = \rho_1^{j-1} a_1$ となっている．しかも， ρ_1 は，式 (9) の ζ の分母に現れている．こうして， ρ_1 及び ζ を通じて，無限回反射の影響が表現されているのである．

式 (5), (8) より，次の結果を得る．

補題 2 (参照光と物体光の強度) 参照光と物体光の強度は次のように表される .

$$\begin{cases} g_{\text{ref}} = a_{\text{ref}}^2 & (11) \\ g_{\text{obj}} = a_0^2 + \zeta(a_1^2 - 2\rho_1 a_0 a_1) \\ \quad + 2\zeta a_0 a_1 \cos(2kn_1 D) & (12) \end{cases}$$

以上の準備のもとに , インターフェログラムの表現を与える .

定理 1 (インターフェログラムの表現) インターフェログラムは次のように表される .

$$g(z) = b_d + b_c \cos(2kz) + b_s \sin(2kz) \quad (13)$$

ここで

$$\begin{cases} b_d = g_{\text{ref}} + g_{\text{obj}} & (14) \\ \quad = a_{\text{ref}}^2 + a_0^2 + \zeta(a_1^2 - 2\rho_1 a_0 a_1) + 2\zeta a_0 a_1 \cos(2kn_1 D) & (15) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_c = 2a_{\text{ref}} \left(\{a_0 - \zeta\rho_1 a_1 + \zeta a_1 \cos(2kn_1 D)\} \cos(2k(z - z_p)) \right. \\ \quad \left. + \zeta a_1 \sin(2kn_1 D) \sin(2k(z - z_p)) \right) & (16) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_s = 2a_{\text{ref}} \left(\{a_0 - \zeta\rho_1 a_1 + \zeta a_1 \cos(2kn_1 D)\} \sin(2k(z - z_p)) \right. \\ \quad \left. - \zeta a_1 \sin(2kn_1 D) \cos(2k(z - z_p)) \right) & (17) \end{cases}$$

である .

式 (13) は , 透明膜に覆われていない場合のインターフェログラムと同じ形式であり , 透明膜の有無は , 係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ の中身に反映されるだけである . $\{b_d, b_c, b_s\}$ を決定するためには , 通常之位相シフト法を利用することができる [17] . 例えば次のようにすればよい .

補題 3 (係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ の決定) M を 3 以上の整数とし , $g(z)$ の観測点 $\{z_j : j = 0, 1, 2, \dots, M-1\}$ を $z_j = (\lambda/2M)j$ とおくと , 係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ は次式によって求めることができる .

$$\begin{cases} b_d = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} g(z_j) \\ b_c = \frac{2}{M} \sum_{j=0}^{M-1} g(z_j) \cos \frac{2\pi}{M} j \\ b_s = \frac{2}{M} \sum_{j=0}^{M-1} g(z_j) \sin \frac{2\pi}{M} j \end{cases} \quad (18)$$

式(15)~(17)から分かるように、係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ には膜厚 D 及び表面高さ $(z - z_p)$ の情報が含まれている。そこで、 D と $(z - z_p)$ を以下の手順に従って求めることにする。

膜厚 D と表面高さ $(z - z_p)$ を求める手順

- (i) インターフェログラムの観測値 $\{g(z_j)\}_{j=0}^{M-1}$ から補題3により $\{b_d, b_c, b_s\}$ を求める。
- (ii) $\{b_d, b_c, b_s\}$ から参照光強度 g_{ref} と物体光強度 g_{obj} を求める。(第3節)
- (iii) $\{g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}\}$ から膜厚 D を求める。(第4節)
- (iv) 膜厚 D と $\{b_c, b_s\}$ から表面高さ $(z - z_p)$ を求める。(第4節)

以下の各節で順に説明していく。

3 参照光強度 g_{ref} と物体光強度 g_{obj} の分離抽出

参照光と物体光の強度 $g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}$ を $\{b_d, b_c, b_s\}$ から求める方法を与える。式(14), (16), (17)と式(9)~(12)より、

$$\begin{cases} g_{\text{ref}} + g_{\text{obj}} = b_d & (19) \\ 4g_{\text{ref}}g_{\text{obj}} = b_c^2 + b_s^2 & (20) \end{cases}$$

となる。よって、2次方程式の根と係数の関係により、次の結果を得る。

補題4 参照光及び物体光の強度 $g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}$ は、2次方程式

$$4\xi^2 - 4b_d\xi + (b_c^2 + b_s^2) = 0 \quad (21)$$

の2根になる。

b_d はインターフェログラムの直流成分であり、 $b_c^2 + b_s^2$ は振幅の2乗である。補題4は、この2種類の量によって決まる2次方程式の根として、参照光及び物体光の強度が特徴づけられることを意味している。

2次方程式(21)の係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ は観測データから分かっているので、式(21)の解

$$\xi = \frac{1}{2} \left(b_d \pm \sqrt{b_d^2 - (b_c^2 + b_s^2)} \right)$$

により、 $g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}$ が求まる。ただし、2個の解のうち、どちらが g_{ref} で、どちらが g_{obj} であるかは、 g_{ref} と g_{obj} の大小関係によって決まる。例えば、次のようにして大小関係を判定することができる。

参照光強度 g_{ref} は、当然のことながら、物体の性質には依存せず一定である。一方、式 (12) から分かるように、物体光強度 g_{obj} は、物体の表面高さ ($z - z_p$) には依存しないが、膜厚 D によって変化する。しかしながら、もし、

$$g_{\text{ref}} > \max_D g_{\text{obj}} \quad (22)$$

が成立することが分かっているならば、膜厚 D に無関係に $g_{\text{ref}} > g_{\text{obj}}$ となる。また、もし、

$$g_{\text{ref}} < \min_D g_{\text{obj}} \quad (23)$$

が成立することが分かっているならば、膜厚 D に無関係に $g_{\text{ref}} < g_{\text{obj}}$ となる。次の定理は、このような考え方に基づく g_{ref} , g_{obj} の分離抽出法である。

定理 2 (g_{ref} , g_{obj} の分離抽出)

(a) $\rho_1 < 0$ の場合:

$$|\eta_e| \geq -\frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} \quad (24)$$

なる関係が成立するとき、 g_{ref} , g_{obj} は、

$$\begin{cases} g_{\text{ref}} = \frac{1}{2} \left(b_d + \sqrt{b_d^2 - (b_c^2 + b_s^2)} \right) \\ g_{\text{obj}} = \frac{1}{2} \left(b_d - \sqrt{b_d^2 - (b_c^2 + b_s^2)} \right) \end{cases} \quad (25)$$

によって求めることができる。また

$$|\eta_e| \leq \left| \frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \right| \quad (26)$$

なる関係が成立するとき、 g_{ref} , g_{obj} は、

$$\begin{cases} g_{\text{ref}} = \frac{1}{2} \left(b_d - \sqrt{b_d^2 - (b_c^2 + b_s^2)} \right) \\ g_{\text{obj}} = \frac{1}{2} \left(b_d + \sqrt{b_d^2 - (b_c^2 + b_s^2)} \right) \end{cases} \quad (27)$$

によって求めることができる。

(b) $\rho_1 > 0$ の場合:

$$|\eta_e| \geq \left| \frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \right| \quad (28)$$

なる関係が成立するとき、 g_{ref} , g_{obj} は式 (25) によって求めることができる。また

$$|\eta_e| \leq -\frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} \quad (29)$$

なる関係が成立するとき、 g_{ref} , g_{obj} は、式 (27) によって求めることができる。

証明の概要を付録 A に示す．その証明の中の式 (66) から分かるように，条件式 (24) と (26)，及び，条件式 (28) と (29) が矛盾することはない．

定理 2 は， ρ_1 の正負によって場合分けされている． ρ_1 の正負は， n_1, n_2 の大小関係と一致しており，

$$\begin{cases} \rho_1 < 0 & \Leftrightarrow & n_1 < n_2 \\ \rho_1 > 0 & \Leftrightarrow & n_1 > n_2 \end{cases} \quad (30)$$

となる．また，式 (24)，(26) の右辺を屈折率を用いて表せば，

$$\begin{cases} -\frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} = \frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \\ \frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} = \frac{n_2 - n_1^2}{n_2 + n_1^2} \end{cases} \quad (31)$$

となる．式 (31) の右辺は，基板の屈折率 n_2 だけに依存し，透明膜の屈折率 n_1 には依存しない． $1 < n_1, 1 < n_2, n_1 \neq n_2$ であるから，式 (31) の値は確かに正になっている．一方，式 (32) は正負両方の値をとる．式 (26) の右辺に絶対値がついているのはこのためである．

例えば，波長 630nm 付近の光に対して， SiO_2 膜で Si 基板を覆っている場合， $n_1 = 1.46, n_2 = 3.88$ であるから， $n_1 < n_2$ となり， $\rho_1 < 0$ となる．そして，式 (31) の値は 0.59 となる．一方，我々の実験装置の場合，ビームスプリッタの振幅透過係数と振幅反射係数はそれぞれ $\tau_{\text{BS}} = 0.69, \rho_{\text{BS}} = -0.69$ であり，参照鏡の振幅反射係数は $\rho_{\text{ref}} = -0.77$ であるから，式 (4) の装置係数は $\eta_e = -0.77$ となる．よって，式 (24) が成立する．したがって，式 (25) により $g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}$ を求めることができる．

また，液晶パネルの絶縁膜のように， SiN の膜でガラス基板を覆っている場合， $n_1 = 2.0, n_2 = 1.5$ であるから， $n_1 > n_2$ となり， $\rho_1 > 0$ となる．そして，式 (32) の値は -0.45 となり， $\eta_e = -0.77$ の装置係数に対して式 (28) が成立する．したがって，この場合も式 (25) により $g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}$ を求めることができる．

4 透明膜に覆われた部分の膜厚 D と表面高さ $(z - z_p)$ の決定

前節までの準備のもとに，透明膜に覆われた部分の膜厚 D と表面高さ $(z - z_p)$ の決定法を与える．そのために，いくつかの記号を導入する．まず，表記を簡単にするために，次の記号を導入する．

$$\begin{cases} c_1 = (1 + \rho_1^2)\eta_e^2 & c_2 = \rho_{01}^2 + \rho_{12}^2 \\ c_3 = 2\rho_1\eta_e^2 & c_4 = 2\rho_1 \\ c_5 = \rho_1\rho_{12} - \rho_{01} & c_6 = \rho_1\rho_{01} - \rho_{12} \\ c_7 = -(\rho_1\rho_{01} + \rho_{12}) \end{cases} \quad (33)$$

また,

$$\begin{cases} \alpha = \frac{c_1 g_{\text{obj}} - c_2 g_{\text{ref}}}{c_3 g_{\text{obj}} - c_4 g_{\text{ref}}} & (34) \\ \beta = c_5 + c_6 \alpha & (35) \\ \gamma = c_7 \sqrt{1 - \alpha^2} & (36) \end{cases}$$

とおく. このとき, 次のようにして, D と $(z - z_p)$ の候補を決めることができる.

定理 3 (D と $(z - z_p)$ の候補) σ を 1 または -1 とし, m_D, m_h を非負の整数とする. このとき, 真の膜厚 D と真の表面高さ $(z - z_p)$ は, 次式で与えられる D と $(z - z_p)$ の中に含まれる.

$$\begin{cases} D = \frac{\lambda}{4\pi n_1} (\sigma \arccos \alpha + 2m_D \pi) & (37) \\ (z - z_p) = \frac{\lambda}{4\pi} \left(\arctan \frac{\beta b_s + \sigma \gamma b_c}{\beta b_c - \sigma \gamma b_s} + 2m_h \pi \right) & (38) \end{cases}$$

証明の概要を付録 B に示す. この定理より, 式 (37), (38) に現れる未知のパラメータ σ, m_D, m_h を決めることができれば, 真の D と $(z - z_p)$ を求めることができる.

ところで, 式 (37), (38) に現れる σ は, 証明の中の式 (72) に示したように, $\sin(4\pi n_1 D / \lambda)$ の符号を表している. すなわち,

$$\sigma = \text{sgn} \left(\sin \frac{4\pi n_1}{\lambda} D \right) \quad (39)$$

である. 式 (39) は, 今求めようとしている膜厚 D を含んでいるので, 式 (39) から σ を決定することはできない. しかし式 (39) から分かるように, D の軸を, $D = 0$ から $\lambda / (4n_1)$ の間隔で区切っていけば, D が各区間にある限り, σ も m_D も一定の値をとる.

表面高さ $(z - z_p)$ に関しては, 次のように考えればよい. $(z - z_p)$ を求める目的は, 膜表面の絶対的高さの測定ではなく, 表面形状の測定である. それ故, $z = 0$ となる基準面を自由に設定できたのである. しかも, 物体表面の測定領域全体にわたる $(z - z_p)$ の変化が, $\pm \lambda / (4n_1)$ の範囲に抑えられていれば, 常に $m_h = 0$ とおくことができる.

以上の議論をまとめれば, 次の結果を得る.

定理 4 (D と $(z - z_p)$ の決定) 膜厚 D の真値が,

$$(I - 1) \frac{\lambda}{4n_1} \leq D \leq I \frac{\lambda}{4n_1} \quad (I = 1, 2, \dots) \quad (40)$$

の第 I 番目の区間に入っていることが分かっており, さらに, 表面高さの変化する範囲が $-\lambda / 4n_1 \leq (z - z_p) \leq \lambda / 4n_1$ であることが分かっているとき, 式 (34)~(36) の α, β, γ を用

いて, D と $(z - z_p)$ を次式で求めることができる.

$$\left\{ \begin{array}{l} D = \frac{\lambda}{4\pi n_1} \left((-1)^{I-1} \arccos \alpha + 2 \left[\frac{I}{2} \right] \pi \right) \end{array} \right. \quad (41)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (z - z_p) = \frac{\lambda}{4\pi} \left(\arctan \frac{\beta b_s + (-1)^{I-1} \gamma b_c}{\beta b_c - (-1)^{I-1} \gamma b_s} \right) \end{array} \right. \quad (42)$$

ここで $[I/2]$ は, $I/2$ を越えない最大の整数である.

例えば, 透明膜が SiO_2 の場合, 波長 630nm 付近の光に対して $n_1 = 1.46$ であるから,

$$\frac{\lambda}{4n_1} = 0.11 \mu\text{m} \quad (43)$$

となる. よって式 (40) より, D の区間は,

$$0.11(I - 1) \leq D \leq 0.11I \quad (I = 1, 2, \dots) \quad (44)$$

となる. したがって, 膜厚が $0.11\mu\text{m}$ 以下であることが分かっている場合, 式 (44) で $I = 1$ を採用すればよい. すなわち, 式 (41), (42) で $I = 1$ とおいて得られる式

$$\left\{ \begin{array}{l} D = \frac{\lambda}{4\pi n_1} \arccos \alpha \end{array} \right. \quad (45)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (z - z_p) = \frac{\lambda}{4\pi} \arctan \frac{\beta b_s + \gamma b_c}{\beta b_c - \gamma b_s} \end{array} \right. \quad (46)$$

により, $0.11\mu\text{m}$ 以下の薄膜に覆われている領域の膜厚と表面高さを測定することができる.

なお, 膜厚 D と膜の表面高さ h が分かれば, $h - D$ により膜の裏面高さを求めることができる.

5 透明膜に覆われていない部分への適用

応用場面によっては, 透明膜に覆われている部分と覆われていない部分が混在する場合がある. 本節では, 今までに構築してきた理論が, 膜がない部分に対しても, そのまま有効に働くことを示す. すなわち, 膜がある場合の各種試料係数をそのまま使いながら, 膜がない部分に対しても正しい結果を得ることができるのである. 以下, 順に説明していく.

膜がない部分からの干渉光に対しては,

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{\text{ref}} = (\tau_{\text{BS}} a)^2 \eta_e^2 \\ g_{\text{obj}} = (\tau_{\text{BS}} a)^2 \rho^2 \end{array} \right. \quad (47)$$

となっている. ここで ρ は, 透明膜に覆われていない部分からの振幅反射係数であり, フレネルの公式より,

$$\rho = \frac{1 - n_2}{1 + n_2} \quad (48)$$

である．したがって，式 (31) より，

$$\rho = \frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} \quad (49)$$

なる関係が成立している．

この関係を活用していけば，次の諸結果を得る．まず，補題 4 に対して，次の結果を得る．

系 1 ($g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}$ を 2 根とする 2 次方程式) $D = 0$ に対しても補題 4 が成立する．

証明の概要を付録 C に示す．定理 2 に対して，次の結果を得る．なお，定理 2 を $D = 0$ の場合に適用するという考え方が分かりにくいので，理解を助けるために，証明の概要を本文中に与えることにする．

系 2 ($g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}$ の分離抽出) 膜がある場合の試料係数を用いて，定理 2 の 4 種類の場合分けに応じて測定を行う場面を考える．測定の途中で膜がない部分が現れたとき，対応する式 (25)，(27) をそのまま使うことによって，正しく $g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}$ を分離抽出することができる．

(証明) 式 (47) より，

$$\begin{cases} g_{\text{ref}} > g_{\text{obj}} & \Leftrightarrow \eta_e^2 > \rho^2 \\ g_{\text{ref}} < g_{\text{obj}} & \Leftrightarrow \eta_e^2 < \rho^2 \end{cases} \quad (50)$$

である．ところで，式 (49) より，式 (24)，(29) の右辺は $-\rho$ と一致している．よって，付録 A の式 (66) は，

$$\begin{cases} \rho_1 < 0 & \Leftrightarrow \rho^2 > \left(\frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \right)^2 \\ \rho_1 > 0 & \Leftrightarrow \rho^2 < \left(\frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \right)^2 \end{cases} \quad (51)$$

と表すことができる．したがって，例えば $\rho_1 < 0$ かつ式 (24) が成立しているとき，式 (51) の第一式より $\eta_e^2 > \rho^2$ となるので，式 (50) の第一式より $g_{\text{ref}} > g_{\text{obj}}$ となり，式 (25) によって $g_{\text{ref}}, g_{\text{obj}}$ を分離抽出することができる．他の場合も同様に証明できる． ■

定理 5 膜がある場合の式 (33) の試料係数を用いた定理 3，定理 4 は，膜がない部分からの干渉光に対しても，そのまま適用可能である．

証明の概要を付録 D に示す．

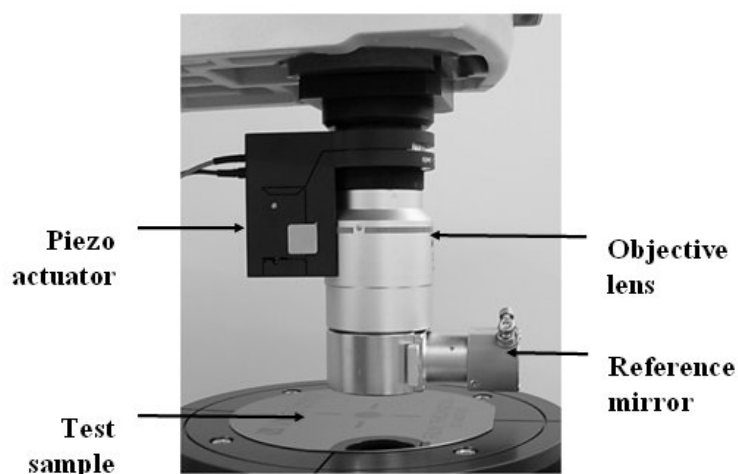


図 2: Interferometric optics of a surface profiler SP-500

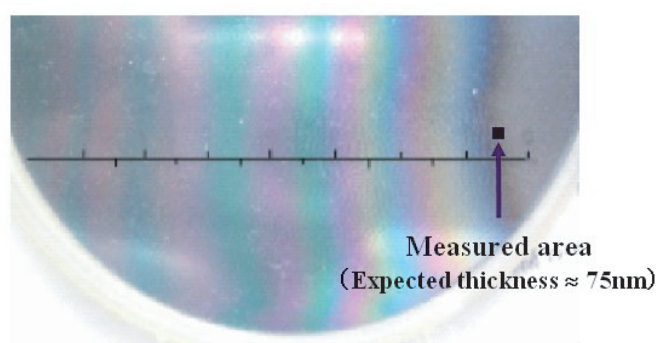


図 3: Test sample to be measured

6 測定例

市販の表面形状測定装置 SP-500 に、本論文で提案した手法を実装した。Fig.2 は、本装置の Fig.1(a) に対応する部分の拡大写真である。倍率 5x のマイケルソン型干渉対物レンズをピエゾ駆動装置に取り付けた。本装置の光源はハロゲンランプであるので、中心周波数 $\lambda = 600\text{nm}$, 半値幅 40nm の狭帯域フィルタを用いて近似的に単色光を実現した。

Fig.3 に示す傾斜膜厚の酸化膜で覆われた Si ウェーハを測定対象に選んだ。試料面上の $0.80\text{mm} \times 0.72\text{mm}$ の領域を 512×480 画素で撮像し、各画素に対して D と $(z - z_p)$ を測定した。インターフェログラムの観測点数は $M = 12$ とした。

膜厚及び表面高さの測定結果を、それぞれ Fig.4, Fig.5 に示す。これより、表面の傾斜とは独立に、透明薄膜で覆われた表面の膜厚分布と 3 次元形状が同時に測定できることがわかる。

なお、本実験では、透明膜内部の吸収はないものとし、屈折率などの物理定数はカタログ値などから得られる値を用いた。実際には、カタログ値などからのずれが予想され

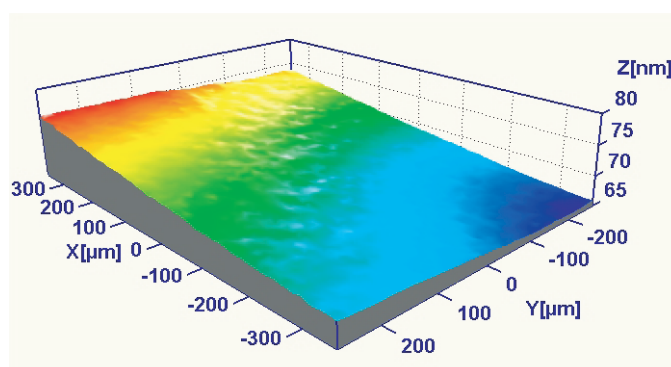


図 4: Measurement result of film thickness.

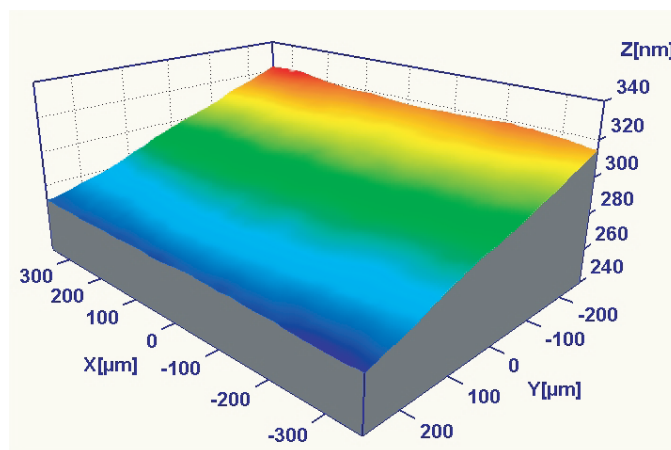


図 5: Measurement result of surface profile

るので、各種物理定数の変動が膜厚や表面高さに与える影響を調べた。実験結果を Fig.6, Fig.7 に示す。

これらの結果から、本手法が十分実用に耐えるものであることが分かる。

7 むすび

表面を透明膜で覆われた物体の膜厚、及び、膜の表面形状と裏面形状を、単色光干渉顕微鏡を用いて同時に測定する方法を提案した。この方法は、透明膜に覆われている部分と覆われていない部分が混在している場合にも、そのまま適用できる方法である。また、物体表面の1点毎の測定ではなく、面単位で測定できる方法である。

なお本論文の内容は、大きく3部に分かれている。第2節が第1部であり、第3節～第5節が第2部であり、第6節が第3部である。

第1部は、単色光干渉顕微鏡で得られるインターフェログラムの表現式(13)を求めることが中心である。透明膜の有無は、係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ の中身に反映されるだけであり、式

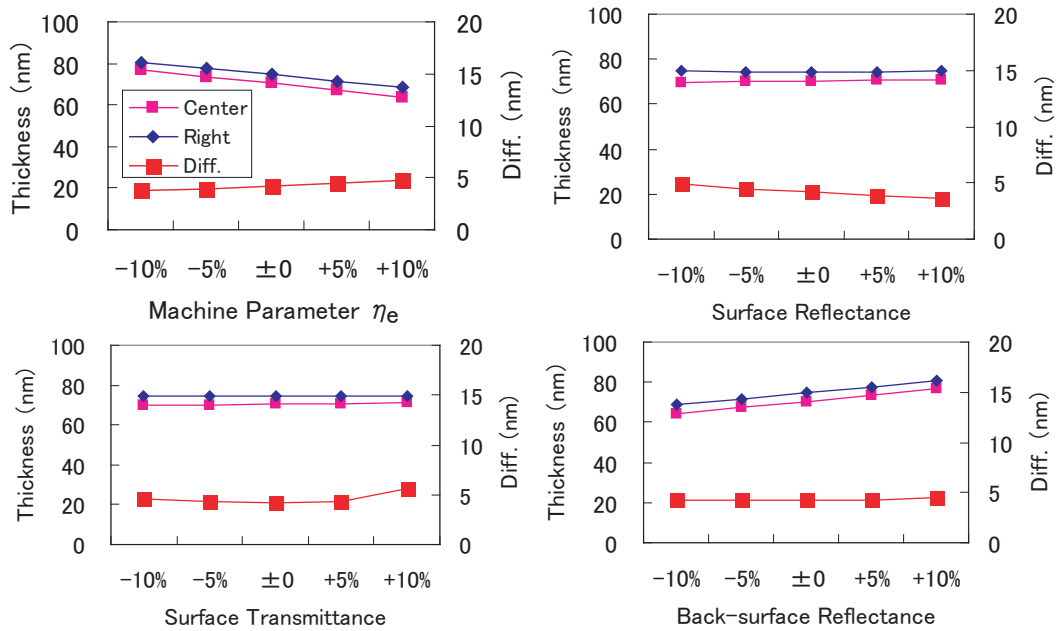


図 6: Effect of physical parameters on thickness measurements

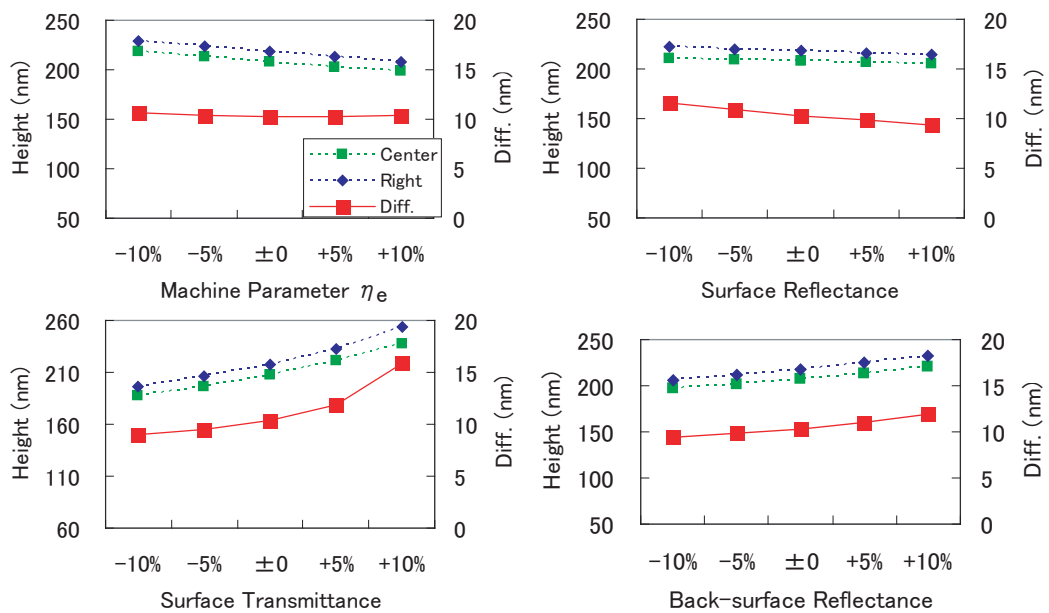


図 7: Effect of physical parameters on height measurements

(13) そのものは、透明膜がない場合と全く同じ式である。したがって、膜なしの場合と同じ位相シフト法を活用することによって、インターフェログラムの観測値 $\{g(z_j)\}_{j=0}^{M-1}$ から、係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ を決定することができる。

膜なしの場合は、この係数 $\{b_c, b_s\}$ から式 (86) によって、容易に高さ情報を得ることができた。しかし、膜ありの場合には、係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ と膜厚 D 及び表面高さ $(z - z_p)$ との関係が式 (15)~(17) に示したように複雑であるために、 $D, (z - z_p)$ を得るためには、それなりの工夫が必要になる。この問題に対する一つの厳密な解答を与えたものが第 2 部である。

こうして見てくると、第 1 部と第 2 部は独立に扱えることが分かる。すなわち、位相シフト法以外の方法で係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ を求めた後、第 2 部の方法を使って $D, (z - z_p)$ を求めることもできるのである。第 2 部の結果をそのような場面に応用することを考えると、第 2 部の方法に対して名前を付けておくと便利である。

第 2 部の方法の要は、係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ を使って、参照光強度 g_{ref} と物体光強度 g_{obj} を分離抽出できたところにある。そのおかげで、定理 3、定理 4 に示したように、膜厚 D と表面高さ $(z - z_p)$ を求めることができたのである。そこで、第 2 部の解法理論を“SOR 法”(Separation of Object and Reference beams) と名付けることにする。

最後の第 3 部は実験による検証である。本論文で提案した方法を表面形状測定装置 SP-500 に実装して、膜厚傾斜ウェーハの測定を行った。屈折率などの物理定数はカタログ値などから得られる値を用いた。更に、これらの物理定数のカタログ値などからのずれが測定精度に与える影響をシミュレーションすることにより、本手法が十分実用に耐えるものであることを確認した。

謝辞

本研究を進めるにあたり有益な討論をしていただいた東レエンジニアリング (株) の林睦氏、鈴木一嘉氏、及び、元東京工業大学学生の福永正和氏に感謝する。

参考文献

- [1] B. S. Lee and T. C. Strand: Profilometry with a coherence scanning microscope, Appl. Opt., **29-26**, 3784/3788 (1990)
- [2] 中村収, 豊田幸司: 膜下パターンのコヒーレンス・プローブ計測, 光学, **21-7**, 481/484 (1992)
- [3] M. Itoh, R. Yamada, R. Tian, M. Tsai, and T. Yatagai: Broad-band light-wave correlation topography using wavelet transform, Optical Review **2-2**, 135/138 (1995)

- [4] 北川克一：白色光干渉法による透明膜の形状・膜厚同時計測，第20回センシングフォーラム資料，169/172 (2003)
- [5] 北川克一：白色光干渉法による透明膜の三次元膜形状計測，ViEW2003 ビジョン技術の実利用ワークショップ講演論文集，87/92 (2003)
- [6] K. Kitagawa：3-D profiling of a transparent film using white-light interferometry，Proc. of SICE Annual Conference 2004 in Sapporo, no.TAI-7-2, 585/590 (2004)
- [7] 北川克一：白色干渉による微細3D計測とその応用，精密工学会春季大会シンポジウム資料，90/95 (2004)
- [8] S.-W. Kim and G.-H. Kim: Thickness-profile measurement of transparent thin-film layers by white-light scanning interferometry, *Appl. Opt.* **38**-28, 5968/5973 (1999)
- [9] 小川英光，下山賢一，福永正和，北川克一，杉山将：白色光干渉法による透明膜に覆われた物体の膜厚と表面形状の同時測定，計測自動制御学会論文集，43-2, 71/77 (2007)
- [10] H. Akiyama, O. Sasaki, and T. Suzuki: Sinusoidal wavelength-scanning interferometer using an acousto-optic tunable filter for measurement of thickness and surface profile of a thin film, *Opt. Express* 13, 10066/10074 (2005)
- [11] S.K. Debnath, M.P. Kothiyal, J. Schmit, and P. Hariharan: Thickness-profile measurement of transparent thin-film layers by spectrally resolved phase-shifting interferometry, *Proc. of SPIE*, vol.6292, pp.1-6 (2006)
- [12] Y. Xu , Y. Li: Surface profile measurement of thin film using phase-shifting interferometry, *Proc. SPIE*, **2545**, 238/248 (1995)
- [13] R.G. Hom and D.T. Smith: Analytic solution for the three-layer multiple beam interferometer, *Appl. Opt.* **30**, 59/65 (1991)
- [14] C.P. Smith et al.: Phase measurement interferometric microscopy of thin films: Analysis of topography, refractive index, and thickness of solvent swollen polystyrene films, *Thin Solid Films*, **198**, 369/386 (1991)
- [15] 小川英光，中野渡祥裕，北川克一，杉山将：位相シフト法による透明膜に覆われた物体の3次元形状測定，2004年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集，1125/1126 (2004)
- [16] 北川克一：位相シフト法による透明膜に覆われた表面の3次元形状測定装置開発，2005年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集，377/378 (2005)
- [17] 谷田貝豊彦：応用光学 - 光計測入門 第二版，丸善 (2005)，pp.20-22, pp.136-140.

付録

A．定理 2 の証明

証明の概要を，6 段階に分けて示す．

(i) まず，参照光強度 g_{ref} を，各種装置係数を用いて表す．式 (11)，(7)，(4) より，

$$g_{\text{ref}} = (\tau_{\text{BS}}^2 a)^2 \eta_e^2 \quad (52)$$

となる．

(ii) 次に，物体光強度 g_{obj} を，膜厚 D の関数として表す．表記を簡単にするために，一時的に

$$x = \cos(2kn_1D) \quad (53)$$

とおく．さらに，

$$\begin{cases} b_1 = 2a_0a_1 & b_2 = a_1^2 - 2\rho_1a_0a_1 \\ b_3 = -2\rho_1 & b_4 = 1 + \rho_1^2 \end{cases} \quad (54)$$

とおき，

$$u(x) = \frac{b_1x + b_2}{b_3x + b_4} \quad (55)$$

とおけば，式 (12)，(9) より，

$$g_{\text{obj}} = a_0^2 + u(x) \quad (56)$$

となる．

(iii) $u(x)$ の，区間 $[-1, 1]$ における最大値，最小値を調べる．まず， $u(x)$ の分母が零になる x を x_0 表し， $x_0 \notin [-1, 1]$ を示す．もしこの関係が成立すれば， $u(x)$ は，区間 $[-1, 1]$ で単調な関数になり，最大値と最小値は，その両端で達成されることになるのである．

式 (55)，(54) より，

$$x_0 = -\frac{b_4}{b_3} = \frac{1}{2} \left(\rho_1 + \frac{1}{\rho_1} \right)$$

となる．よって，

$$\begin{cases} x_0 < -1 & (\rho_1 < 0 \text{ のとき}) \\ x_0 > 1 & (\rho_1 > 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (57)$$

となり， $x_0 \notin [-1, 1]$ となる．したがって，前述のように， $u(x)$ は，区間 $[-1, 1]$ で単調な関数になり，最大値と最小値は，その両端で達成されることになる．

(iv) 両端における g_{obj} の値を求める．まず, $a_0^2 + u(1)$ の値を求める．式 (55), (54) より,

$$a_0^2 + u(1) = \left(a_0 + \frac{a_1}{1 - \rho_1} \right)^2 \quad (58)$$

となる．ところで, $\rho_1 = -\rho_{01}\rho_{12}$ と式 (7), (2) より,

$$\begin{cases} a_0 = (\tau_{\text{BS}}^2 a) \rho_{01} \\ a_1 = (\tau_{\text{BS}}^2 a) (\rho_{12} + \rho_1 \rho_{01}) \end{cases} \quad (59)$$

であるから,

$$a_0 + \frac{a_1}{1 - \rho_1} = (\tau_{\text{BS}}^2 a) \frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} \quad (60)$$

となる．したがって, 式 (58) より,

$$a_0^2 + u(1) = (\tau_{\text{BS}}^2 a)^2 \left(\frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} \right)^2 \quad (61)$$

となる．

(v) 同様に, $a_0^2 + u(-1)$ の値を求める．式 (55), (54) より,

$$a_0^2 + u(-1) = \left(a_0 - \frac{a_1}{1 + \rho_1} \right)^2 \quad (62)$$

となる．ところで, 式 (59) より,

$$a_0 - \frac{a_1}{1 + \rho_1} = (\tau_{\text{BS}}^2 a) \frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \quad (63)$$

となる．したがって, 式 (62) より,

$$a_0^2 + u(-1) = (\tau_{\text{BS}}^2 a)^2 \left(\frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \right)^2 \quad (64)$$

となる．

(vi) $a_0^2 + u(1)$ と $a_0^2 + u(-1)$ の大小関係について調べる．式 (61), (64) より, $a_0^2 + u(1)$ と $a_0^2 + u(-1)$ の大小関係は, $((\rho_{01} + \rho_{12})/(1 - \rho_1))^2$ と $((\rho_{01} - \rho_{12})/(1 + \rho_1))^2$ の大小関係と一致する．そして,

$$\left(\frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} \right)^2 - \left(\frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \right)^2 = \frac{-4\rho_1(1 - \rho_{01})(1 - \rho_{12})}{(1 - \rho_1)^2(1 + \rho_1)^2} \quad (65)$$

となる．式 (1) と $1 < n_1, 1 < n_2, n_1 \neq n_2$ より $-1 < \rho_{01} < 0, 0 < |\rho_{12}| < 1$ であるから， $(1 - \rho_{01})(1 - \rho_{12}) > 0$ となり，

$$\begin{cases} \rho_1 < 0 & \Leftrightarrow \left(\frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} \right)^2 > \left(\frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \right)^2 \\ \rho_1 > 0 & \Leftrightarrow \left(\frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} \right)^2 < \left(\frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \right)^2 \end{cases} \quad (66)$$

となる．したがって，

(a) $\rho_1 < 0$ の場合： 式 (61)，(64) より，

$$\begin{cases} \max_D g_{\text{obj}} = (\tau_{\text{BS}}^2 a)^2 \left(\frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} \right)^2 \\ \min_D g_{\text{obj}} = (\tau_{\text{BS}}^2 a)^2 \left(\frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \right)^2 \end{cases} \quad (67)$$

となる．式 (67)，(52) より，定理 2 の (a) が成立する．

(b) $\rho_1 > 0$ の場合： 式 (61)，(64) より，

$$\begin{cases} \max_D g_{\text{obj}} = (\tau_{\text{BS}}^2 a)^2 \left(\frac{\rho_{01} - \rho_{12}}{1 + \rho_1} \right)^2 \\ \min_D g_{\text{obj}} = (\tau_{\text{BS}}^2 a)^2 \left(\frac{\rho_{01} + \rho_{12}}{1 - \rho_1} \right)^2 \end{cases} \quad (68)$$

となる．式 (68)，(52) より，定理 2 の (b) が成立する． ■

B．定理 3 の証明

式 (9) を考慮しながら，式 (12) を $\cos 2kn_1D$ について解けば，

$$\cos(2kn_1D) = \frac{(1 + \rho_1^2)g_{\text{obj}} - (a_0^2 + (\rho_1 a_0 - a_1)^2)}{2\rho_1 g_{\text{obj}} - 2a_0(\rho_1 a_0 - a_1)}$$

となる．式 (59) を用いて更に整理していけば，

$$\cos(2kn_1D) = \frac{(1 + \rho_1^2)g_{\text{obj}} - (\tau_{\text{BS}}^2 a)^2 c_2}{2\rho_1 g_{\text{obj}} - (\tau_{\text{BS}}^2 a)^2 c_4} \quad (69)$$

となる．この式から $(\tau_{\text{BS}}^2 a)^2$ を消去することを考える．式 (11)，(7) より， $a^2 = g_{\text{ref}} / (\rho_{\text{BS}}^2 \rho_{\text{ref}})^2$ となる．さらに，式 (4) の装置係数 η_e を考慮すれば，

$$(\tau_{\text{BS}}^2 a)^2 = \eta_e^{-2} g_{\text{ref}}$$

となる．この式を式 (69) に代入すれば，式 (33) ， (34) より，

$$\cos(2kn_1D) = \alpha \quad (70)$$

となる．これを D について解けば，

$$D = \frac{1}{2kn_1} (\text{sgn}(\sin 2kn_1D) \arccos \alpha + 2m_D\pi) \quad (71)$$

となるので，

$$\sigma = \text{sgn}(\sin 2kn_1D) \quad (72)$$

とおき， $k = 2\pi/\lambda$ を考慮すれば，式 (37) を得る．

式 (38) を導く． D がすでに分かっているので，式 (16) ， (17) を $\cos 2k(z - z_p)$ ， $\sin 2k(z - z_p)$ に関する連立一次方程式とみなして整理する．

$$\begin{cases} p = 2a_{\text{ref}}((a_0 - \zeta\rho_1a_1) + \zeta a_1 \cos(2kn_1D)) \\ q = 2\zeta a_{\text{ref}}a_1 \sin(2kn_1D) \end{cases} \quad (73)$$

とおけば，式 (16) ， (17) は，

$$\begin{pmatrix} p & q \\ -q & p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(2k(z - z_p)) \\ \sin(2k(z - z_p)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_c \\ b_s \end{pmatrix} \quad (74)$$

と表現できる．よって，

$$\begin{pmatrix} \cos(2k(z - z_p)) \\ \sin(2k(z - z_p)) \end{pmatrix} = \frac{1}{p^2 + q^2} \begin{pmatrix} p & -q \\ q & p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_c \\ b_s \end{pmatrix} \quad (75)$$

となり，

$$\tan(2k(z - z_p)) = \frac{qb_c + pb_s}{pb_c - qb_s} \quad (76)$$

となる．

$\zeta^{-1}p$ と $\zeta^{-1}q$ を求める．式 (73) ， (7) ， (2) ， (3) ， (9) ， (33) ， (35) より，

$$\zeta^{-1}p = -2\rho_{\text{ref}}(\rho_{\text{BS}}\tau_{\text{BS}}a)^2\beta \quad (77)$$

となる．また， $\cos 2kn_1D = \alpha$ と $\sigma = \text{sgn}(\sin 2kn_1D)$ より，

$$\sin(2kn_1D) = \sigma\sqrt{1 - \alpha^2}$$

であるから，式 (73) ， (7) ， (2) ， (3) ， (33) ， (36) より ，

$$\zeta^{-1}q = -2\rho_{\text{ref}}(\rho_{\text{BS}}\tau_{\text{BS}}a)^2\sigma\gamma \quad (78)$$

となる．したがって，式 (76) の分母分子に ζ^{-1} を掛けて整理すれば，

$$\tan(2k(z - z_p)) = \frac{\beta b_s + \sigma\gamma b_c}{\beta b_c - \sigma\gamma b_s} \quad (79)$$

となる．

なお，式 (75) は，式 (77) ， (78) より，

$$\begin{pmatrix} \cos(2k(z - z_p)) \\ \sin(2k(z - z_p)) \end{pmatrix} = \frac{-2\zeta\rho_{\text{ref}}(\rho_{\text{BS}}\tau_{\text{BS}}a)^2}{p^2 + q^2} \begin{pmatrix} \beta & -\sigma\gamma \\ \sigma\gamma & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_c \\ b_s \end{pmatrix} \quad (80)$$

となる．更に，式 (9) より，

$$\begin{aligned} \zeta^{-1} &= 1 + \rho_1^2 - 2\rho_1 \cos(2kn_1D) \\ &\geq (1 - \rho_1 \cos(2kn_1D))^2 > 0 \end{aligned}$$

となり， $\zeta > 0$ となる．また， $\rho_{\text{ref}} < 0$ であるから，式 (80) の右辺の係数は，

$$\frac{-2\zeta\rho_{\text{ref}}(\rho_{\text{BS}}\tau_{\text{BS}}a)^2}{p^2 + q^2} > 0 \quad (81)$$

となる．これは， $\cos(2k(z - z_p))$ ， $\sin(2k(z - z_p))$ と式 (79) の右辺の分母分子 $\beta b_c - \sigma\gamma b_s$ ， $\beta b_s + \sigma\gamma b_c$ の符号が一致することを意味している．よって， $k = 2\pi/\lambda$ を考慮すれば，式 (38) を得る． ■

C．系 1 の証明

補題 2 の式 (12) で $D = 0$ とおけば，式 (49) より，膜がない場合の物体光強度，すなわち，式 (47) の第二式と一致する．さらに，膜がない場合のインターフェログラムの係数 $\{b_d, b_c, b_s\}$ は，膜がある場合の式 (15)～(17) で $D = 0$ と置いたものと一致する．よって， $D = 0$ に対しても補題 4 が成立する． ■

D．定理 5 の証明

定理 3 に関して証明すれば十分である．まず膜厚に関しては，式 (34) の α が 1 になることを示せば十分である．式 (34) の右辺の分母，分子を，それぞれ α_d ， α_n とおく．式 (33) ， (34) ， (47) より，

$$\begin{cases} \alpha_d = 2\rho_1(\tau_{\text{BS}}a)^2\eta_e^2(\rho^2 - 1) \end{cases} \quad (82)$$

$$\begin{cases} \alpha_n = (\tau_{\text{BS}}a)^2\eta_e^2\left((1 + \rho_1^2)\rho^2 - (\rho_{01}^2 + \rho_{12}^2)\right) \end{cases} \quad (83)$$

となる．式 (49) より，

$$(1 + \rho_1^2)\rho^2 - (\rho_{12}^2 + \rho_{01}^2) = 2\rho_1(\rho^2 - 1) \quad (84)$$

であるから，式 (84) を式 (83) に代入すれば，

$$\alpha_n = 2\rho_1(\tau_{BS}^2 a)^2 \eta_e^2 (\rho^2 - 1) \quad (85)$$

となり，式 (82) の分子と一致する．したがって， $\alpha = 1$ となる．

表面高さに関しては，式 (35)，(36) の β, γ が， $\alpha = 1$ に対して $\beta \neq 0, \gamma = 0$ になることを示せば，式 (38) より，

$$(z - z_p) = \frac{\lambda}{4\pi} \left(\arctan \frac{b_s}{b_c} + 2m_h\pi \right) \quad (86)$$

となる．これは，透明膜に覆われていない物体に対する位相シフト法の結果と一致している．

そこで， $\beta \neq 0, \gamma = 0$ になることを示す．式 (36) より， $\gamma = 0$ は明らかである．式 (35) で $\alpha = 1$ とおけば，式 (33)，(49) より，

$$\beta = -\rho(1 - \rho_1)^2 \quad (87)$$

となる．ところで， $|\rho_1| < 1$ であり，式 (48) より $\rho < 0$ であるから， $\beta > 0$ となる． ■